


# Fonctions linéaires

## Proportionnalité et pourcentage

### 1. Proportionnalité et fonction linéaire

*Exemple*

Nombre DVD loués	0	1	5	12	20	28	$x$
Prix (€)	0	3,50	17,5	42			$3,5 x$


× 3,5

Le prix payé est proportionnel au nombre de DVD loués ; le coefficient de proportionnalité est 3,5.  
 Pour  $x$  DVD loués, le prix payé est  $3,5x$ .

On modélise cette situation de proportionnalité par une fonction  $f$ .  $f : x \rightarrow 3,5 x$ .

#### Définition

«  $a$  » est un nombre relatif fixé.

Une fonction linéaire est un processus qui à un nombre  $x$  associe le nombre  $a x$ .

$$f : x \longmapsto a x \qquad f(x) = a x$$

«  $a$  » est appelé **coefficient** de la fonction.

*Exemple:*  $f : x \rightarrow 3,5 x$  est la fonction linéaire de coefficient 3,5 qui modélise la situation de proportionnalité ci-dessus.

### 2. Image et antécédent

On considère la fonction  $f$  définie par:  $f : x \rightarrow 3,5 x$

L'image de 5 par la fonction  $f$  est :  $f(5) = 3,5 \times 5$   $f(5) = 16,5$

L'image de 12 par la fonction  $f$  est :  $f(12) = 3,5 \times 12$   $f(12) = 42$

Sachant que le prix payé est 21 €, on cherche le nombre de DVD loués, noté $x$ .	
$f(x) = 21$ $3,5 x = 21$ $x = 21 \div 3,5$ $x = 6$  L'antécédent de 21 est 6. Pour 21 €, on a loué 6 DVD.	Cas général  $f(x) = c$ $a x = c$ $x = \frac{c}{a}$
<i>Remarque:</i> L'équation $f(x) = 21$ a une solution unique.	Il n'existe qu'un seul antécédent, par une fonction linéaire, pour un nombre donné.

### 3. Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction linéaire  $f : x \longmapsto a x$  est une **droite passant par l'origine**. Elle représente une situation de proportionnalité.

«  $a$  » est appelé  **pente**  ou **coefficient directeur** de la droite.

On note (d) la représentation graphique de la fonction f.

Dans un repère, un point M (x ; y) appartient à la droite (d) si et seulement si  $y = a x$

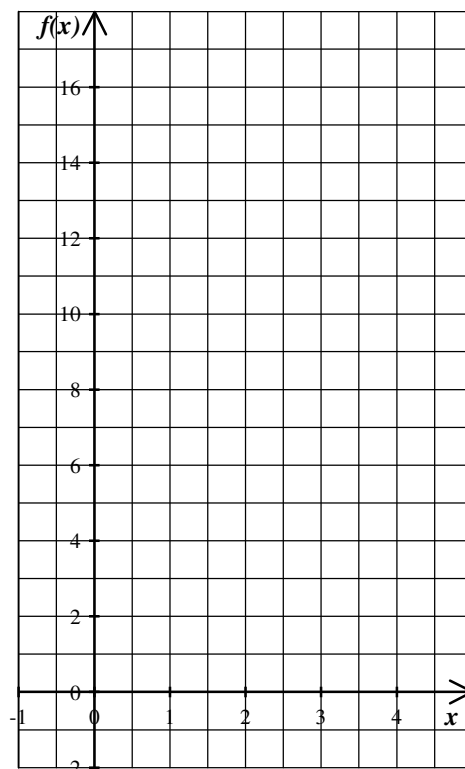
On dit que la droite (d) a pour équation  $y = a x$

Exemple: Soit f la fonction linéaire  $f : x \mapsto 3,5 x$

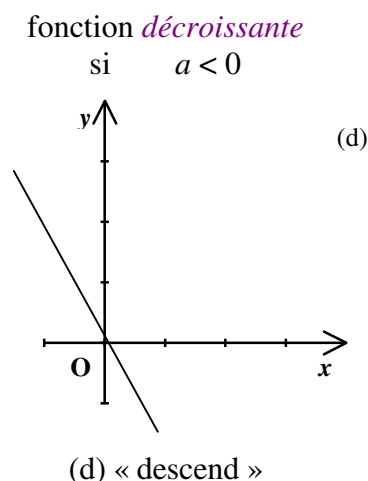
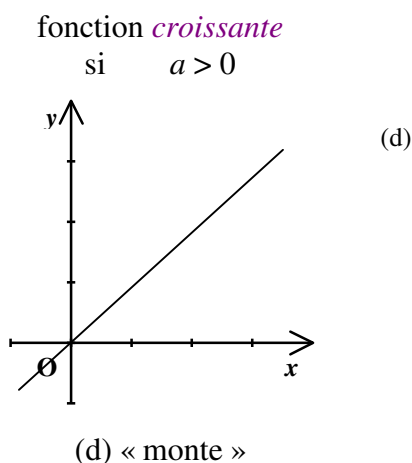
$$f(1) = 3,5$$

$$f(4) = 14$$

Les points M (1 ; 3,5) et N (4 ; 14) appartiennent à la droite (d).



#### 4. Fonction croissante ; fonction décroissante



#### 5. Expression algébrique d'une fonction linéaire

Trouver l'*expression algébrique* d'une fonction linéaire f, c'est trouver la valeur de « a » dans  $f(x) = a x$

Exemple

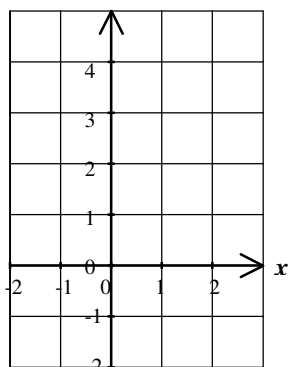
Par lecture graphique

« a » est la  *pente*   
ou  *coefficient directeur*

$$a = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$a = 1,5$$



Par le calcul

On sait que  $f(2) = 3$  ou que le point M (2 ; 3) appartient à la représentation graphique de f.

$$f(2) = 3$$

$$2 a = 3$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$a = 1,5$$

Donc,  $f(x) = 1,5 x$