

QUOTIENTS ET NOMBRES FRACTIONNAIRES

1. Nombres fractionnaires

a) Exemples

$$2 \times \dots = 3$$

$$3 \div 2 \text{ ou } 1,5 \text{ ou encore } \frac{3}{2}$$

1,5 est le nombre qui multiplié par 2 donne 3 .
on a : $2 \times 1,5 = 3$

Le **quotient** de 3 par 2 est un nombre décimal.

$$3 \times \dots = 14$$

$$14 \div 3$$

ou $\frac{14}{3}$

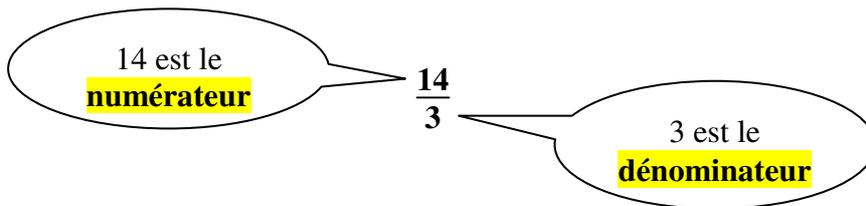
$$\begin{array}{r|l} 14,0000 & 3 \\ -12 & \\ \hline 20 & \\ -18 & \\ \hline 20 & \\ -18 & \\ \hline 20 & \\ -18 & \\ \hline 2 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \\ \hline 4,666 \end{array}$$

Le **quotient** de 14 par 3 n'est pas un nombre décimal. On le note alors $\frac{14}{3}$

$\frac{14}{3}$ est le nombre qui multiplié par 3 donne 14.

$$\text{on a : } \frac{14}{3} \times 3 = 14$$

b) Vocabulaire



c) Cas général

a et b sont deux nombres, b est non nul.

Le **quotient** de a par b , noté $\frac{a}{b}$, est le nombre que l'on multiplie par b pour obtenir a .

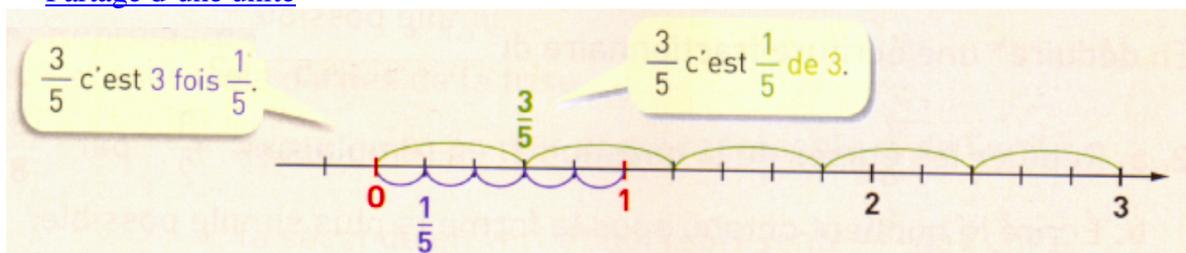
$$\frac{a}{b} \times b = a$$

$\frac{a}{b}$ est le résultat de la division $a \div b$.

Si a et b sont des nombres entiers (b différent de 0), $\frac{a}{b}$ est appelée une **fraction**, sinon, c'est un **nombre fractionnaire**.

2. Différents sens d'un quotient

● Partage d'une unité



$$\frac{3}{5} = 3 \times \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{5} = 3 \div 5$$

● Ecriture d'un quotient

Ecriture fractionnaire

$$\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0,6$$

Ecriture en ligne

Ecriture décimale exacte (si elle existe) ou approchée

3. Egalité de 2 quotients

Un quotient ne change pas quand on multiplie (ou on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \qquad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \qquad (b \neq 0 ; k \neq 0)$$

Exemples :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15} \qquad \frac{24}{32} = \frac{24 \div 8}{32 \div 8} = \frac{3}{4}$$

Simplifier un quotient, c'est en donner une écriture avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Exemple : $\frac{24}{32} = \frac{24 \div 8}{32 \div 8} = \frac{3}{4}$ (on a simplifié par 8)

On ne peut plus simplifier l'écriture. On dit que $\frac{3}{4}$ est la forme *irréductible* de $\frac{24}{32}$.

4. Comparaison de quotients

Pour comparer des quotients, ils doivent avoir le **même dénominateur** !

Si deux quotients ont le **même dénominateur**, alors le plus grand est celui qui a le plus grand numérateur.

Exemples :

Comparer $\frac{2,5}{4}$ et $\frac{7}{4}$.

donc $2,5 < 7$
 $\frac{2,5}{4} < \frac{7}{4}$

Comparer $\frac{3}{5}$ et $\frac{5,3}{10}$.

- 10 est multiple de 5.
- On transforme $\frac{3}{5}$ pour que son dénominateur soit 10 aussi : $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$.
- On compare alors $\frac{5,3}{10}$ et $\frac{6}{10}$.
- $5,3 < 6$ donc : $\frac{5,3}{10} < \frac{6}{10}$
c'est à dire $\frac{5,3}{10} < \frac{3}{5}$.

5. proportion et pourcentage

Dans un sac de 5 boules, 3 sont bleues.

On dit que la proportion de boules bleues est $\frac{3}{5}$.



Une proportion peut aussi être exprimée par un pourcentage.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 60 \%$$

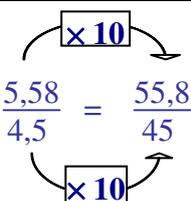
La proportion de boules bleues est aussi de 60 %.

Quelques pourcentages faciles

6. Division par un nombre décimal

Pour diviser un nombre par un nombre décimal, on applique la règle des **quotients égaux** pour obtenir un **diviseur entier**.

Exemple : 4,5 kg de pommes coûtent 5,58 €. Quel est le prix d'un kg de pommes ?

| 1. On écrit le quotient sous forme fractionnaire. | 2. On transforme l'écriture pour avoir un dénominateur entier. | 3. On effectue la division. |
|---|---|---|
| $5,58 \div 4,5 = \frac{5,58}{4,5}$ | $\frac{5,58}{4,5} = \frac{55,8}{45}$  | $\frac{55,8}{45} = 55,8 \div 45$ $55,8 \div 45 = 1,24$ |